

Domácí úkol – Zenonův jev pro Ramseyův přístroj

Částice se spinem $1/2$ a velikostí magnetického momentu μ připravená ve stavu $|\psi_i\rangle = |+\rangle$ (spin ve směru osy z) vletá do Ramseyova přístroje sestávajícího se z N Ramseyových zón. V každé zóně na ni působí magnetické pole složené ze stacionární složky \mathbf{B}_0 směřující podél osy z a rotující složky $\mathbf{B}_1(t)$ v rovině (x, y)

$$\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$$

$$\mathbf{B}_1(t) = (B_1 \cos \omega t, -B_1 \sin \omega t, 0)$$

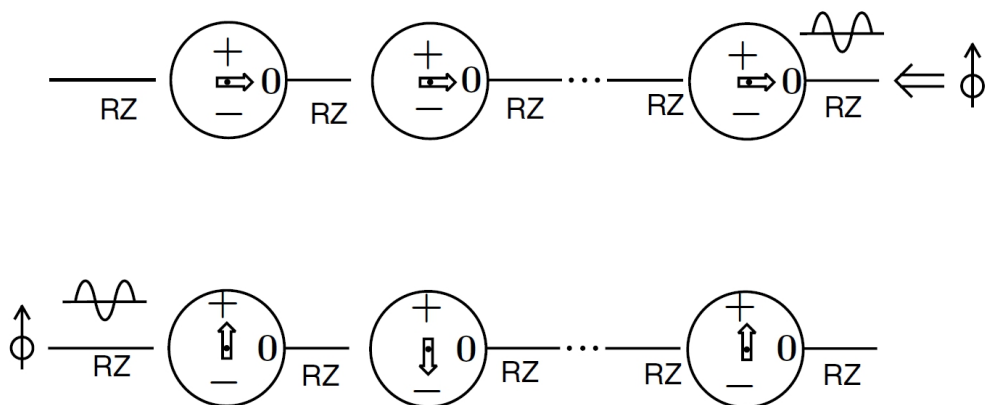
a částice v ní stráví dobu τ . Mezi zónami je tzv. *monitorovací oblast*, ve které je magnetické pole \mathbf{B}_1 vypnuté a místo toho je zapnuto monitorování pomocí dalšího spinu o velikosti $1/2$. Tento spin se z neutrální polohy

$$|\phi_i\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - i \\ 1 + i \end{pmatrix}$$

po interakci s procházejícím spinem za působení Hamiltoniánu

$$H'_0 = \begin{cases} -\mu B_0 \sigma_3 \otimes [1 + \frac{\lambda}{2} (1 - \sigma_1)] , & \tau \leq t < \tau + T_0 , \\ -\mu B_0 \sigma_3 \otimes 1 , & \tau + T_0 \leq t < \tau + T , \end{cases}$$

[σ_1 je první Pauliho matice, $\lambda = \pi \hbar / (2\mu B_0 T_0)$] přepne do polohy $|+\rangle$ nebo $|-\rangle$ podle orientace prolétávajícího spinu, viz obrázek. V monitorovací oblasti stráví částice dobu T . Změřením orientace monitorovacích spinů můžeme určit, v které z Ramseyových zón se orientace prolétávajícího spinu překlopila. Magnetická pole jsou naladěna tak, že $\omega = \omega_0$, kde $\omega_0 = 2\mu B_0 / \hbar$.



Obrázek: Schéma Ramseyova přístroje složeného z N Ramseyových zón (RZ) se zapnutým oscilujícím polem, mezi kterými se nacházejí monitorovací oblasti znázorněné kružnicemi. Spin prochází přístrojem *zprava doleva*. Vpravo nahoře je zakreslena situace v čase $t = 0$, vlevo dole v čase $t = N\tau + (N - 1)T$.

1. Pro Ramseyův přístroj $N = 2$ (tj. ten, který se počítal na cvičení) s vypnutým monitorováním ($\lambda = 0$) nalezněte pravděpodobnost $p_{(\uparrow\uparrow)}^{(2)}$, že spin vylétne ve stejném stavu, v jakém do přístroje vletal (nepřeklopí se při průchodu přístrojem).
2. Nalezněte pravděpodobnost $p_{(\uparrow\uparrow)}^{(2)'}$, že se spin nepřeklopí při zapnutém monitorování. Ukažte, že tato pravděpodobnost je vyšší než $p_{(\uparrow\uparrow)}^{(2)}$.
3. Nalezněte pravděpodobnost $p_{(\uparrow\uparrow)}^{(N)'}$, že se spin nepřeklopí při zapnutém monitorování po průchodu N Ramseyovými zónami. Využijte skutečnosti, že při zapnutém monitorování lze počítat s pravděpodobnostmi, že se spin překlopí nebo nepřeklopí v každé jednotlivé Ramseyově zóně, a že tyto pravděpodobnosti jsou pro všechny zóny stejné.

4. Ukažte, že v limitě velkého množství malých kroků takových, aby doba průchodu přístrojem byla konstantní, tj.

$$\tau = \frac{t}{N}, \quad T = \frac{\mathfrak{T}}{N},$$

platí

$$P_{(\uparrow\uparrow)}^{(N)'} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1.$$

Poznámka: Tento jev, kdy opakované měření zvyšuje pravděpodobnost přežití stavu, se nazývá *kvantový Zenonův jev*. Poprvé ho zmínil již Alan Turing, obecné odvození rozpracovali A. Degasperis, L. Fonda a G.C. Ghirardi (1974).

5. Nalezněte pravděpodobnost $p_{(\uparrow\uparrow)}^{(N)'}$, že se spin nepřeklopí při vypnutém monitorování, a ukažte, že při zachování celkového času průletu přístrojem daného veličinami t , \mathfrak{T} tato pravděpodobnost nezávisí celkově na počtu Ramseyových zón N .

Nápověda: Napočítejte matici evolučního operátoru pro $N = 2$ a $N = 3$ a „uhodněte“ její tvar pro obecné N .