

Domácí úkol – BCH formule

Jsou dány dva nekomutující operátory \hat{M} , \hat{N} , které komutují se svým komutátorem:

$$[\hat{M}, [\hat{M}, \hat{N}]] = [\hat{N}, [\hat{M}, \hat{N}]] = 0.$$

Nalezněte, čemu se rovnají operátory \hat{X} , \hat{Y} ve výrazech

$$e^{\hat{M}} e^{\hat{N}} = e^{\hat{M}+\hat{N}} e^{\hat{X}} = e^{\hat{X}} e^{\hat{M}+\hat{N}} = e^{\hat{M}+\hat{N}+\hat{Y}}$$

a dokažte, že platí všechny uvedené rovnosti.

Nápověda: Nadefinujte a použijte funkci $\hat{g}(\xi) \equiv e^{\xi\hat{M}} e^{\xi\hat{N}}$. Využijte výsledků příkladů ze cvičení.

Poznámka: Tento vztah se nazývá *Baker-Campbell-Hausdorffova formule* nebo *Glauberova formule*.