

## Domácí úkol – Interakce spinu s dvouhladinovým systémem

Částice se spinem  $\frac{1}{2}$  interaguje s dvoustavovým systémem tak, že výsledný stavový vektor systému je ve stavu

$$|\psi\rangle = \alpha (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \otimes |0\rangle + \beta (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \otimes |1\rangle,$$

kde  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  jsou ortonormální bázové vektory Hilbertova prostoru  $\mathcal{H}_s$  spinu, které odpovídají projekci spinu podél souřadné osy  $z$  a proti souřadné ose  $z$ , a  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  je ortonormální báze Hilbertova prostoru  $\mathcal{H}_2$  dvoustavového systému.

1. Nalezněte podmínku pro komplexní parametry  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ , aby stav  $|\psi\rangle$  byl normalizovaný.
2. Určete, jestli je stav  $|\psi\rangle$  provázaný nebo faktorizovaný.
3. Předpokládejte, že měříte projekci spinu částice do směru daného jednotkovým vektorem  $\mathbf{n}$ , který svírá s osou  $z$  úhel  $\theta = \frac{\pi}{3}$  a leží v rovině  $xz$ . Nalezněte projekční operátory odpovídající tomuto měření a pro každý možný výsledek měření určete pravděpodobnost jeho nalezení a stavový vektor složeného systému po měření.