

Domácí úkol – Moment hybnosti atomu vodíku

Jádro atomu vodíku (proton) má spin $s_p = \frac{1}{2}$, spin obíhajícího elektronu je $s_e = \frac{1}{2}$ a elektron se nachází na orbitalu d (velikost orbitálního moment hybnosti je tedy $l = 2$). Operátor celkového momentu hybnosti je

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{S}}^{(p)} + \hat{\mathbf{S}}^{(e)} + \hat{\mathbf{L}}.$$

1. Určete celkový počet odlišných kvantových stavů, kterých může moment hybnosti $\hat{\mathbf{J}}$ nabývat.
2. Určete, jaké hodnoty může mít celkový moment hybnosti j a kolik stavů přísluší každé jeho hodnotě.
3. Určete normalizované stavy

$$|j m\rangle = \begin{cases} |3 3\rangle \\ |3 2\rangle \\ |3 1\rangle \\ |3 0\rangle \end{cases},$$

kde m značí projekci celkového momentu hybnosti $\hat{\mathbf{J}}$ na třetí souřadnou osu.

4. Určete střední hodnotu

$$\langle 3 2 | \hat{\mathbf{S}}^{(e)} \cdot \hat{\mathbf{S}}^{(p)} | 3 2 \rangle.$$

Nápověda: Skalární součin operátorů $\hat{\mathbf{S}}^{(e)} \cdot \hat{\mathbf{S}}^{(p)}$ vyjádřete pomocí operátorů $\hat{S}_{\pm}^{(e,p)}$ a $\hat{S}_3^{(e,p)}$.