

Domácí úkol – Koherentní stavy v x -reprezentaci

1. Vyjádřete vlnovou funkci $\psi_z(x) \equiv \langle x|z\rangle$ koherentního stavu harmonického oscilátoru v x -reprezentaci. Využijte toho, že koherentní stav je vlastním stavem snižovacího operátoru \hat{a} ,

$$\hat{a}|z\rangle = z|z\rangle,$$

a operátor \hat{a} vyjádřete pomocí operátorů souřadnice \hat{x} a hybnosti \hat{p} v x -reprezentaci. Vyřešte vzniklou diferenciální rovnici pro $\psi_z(x)$.

2. Vlnovou funkci $\psi_z(x)$ nanormujte.

3. Dosad'te

$$z = \sqrt{\frac{M\Omega}{2\hbar}} \left(\langle \hat{x}_z \rangle + \frac{i}{M\Omega} \langle \hat{p}_z \rangle \right)$$

a dokažte, že hustota pravděpodobnosti $|\psi_z(x)|^2$ nalezení částice v bodě x odpovídá Gaussovskému vlnovému balíku. Určete jeho disperzi σ .

4. Určete hustotu pravděpodobnosti $|\psi_z(x;t)|^2$ v čase t . Dokažte, že se stále bude jednat o gaussovský vlnový balík, jehož disperze σ se s časem nemění (vlnový balík se nerozplývá) a jehož střední hodnota kmitá okolo počátku s klasickou frekvencí harmonického oscilátoru Ω .
5. Vyjádřete normalizovanou vlnovou funkci $\tilde{\psi}_z(p;t) \equiv \langle p|z(t)\rangle$ v p -reprezentaci.