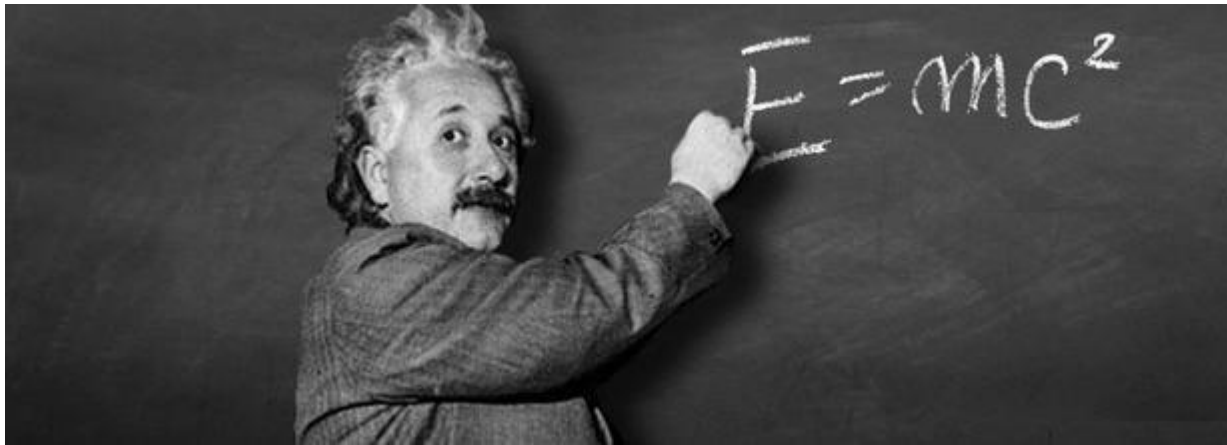


# EINSTEINOVA RELATIVITA



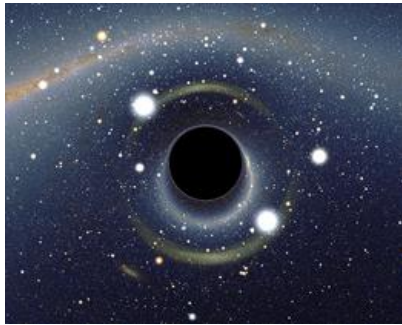
Pavel Stránský

Ústav částicové a jaderné fyziky  
Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

[www.pavelstransky.cz](http://www.pavelstransky.cz)

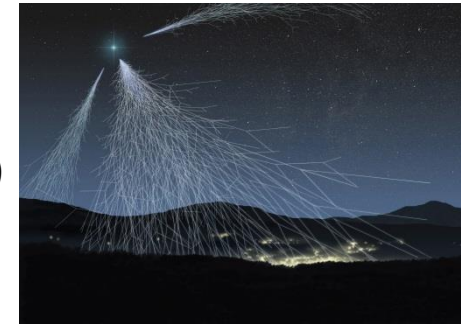


# Kde se setkáme s efekty teorie relativity?



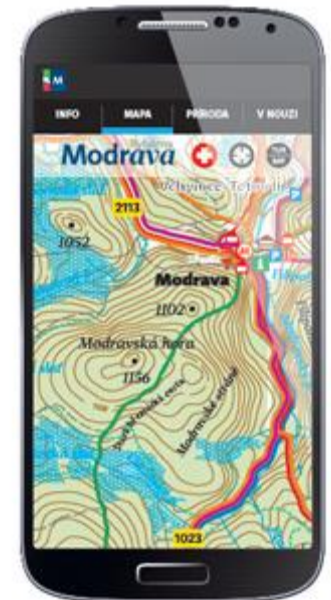
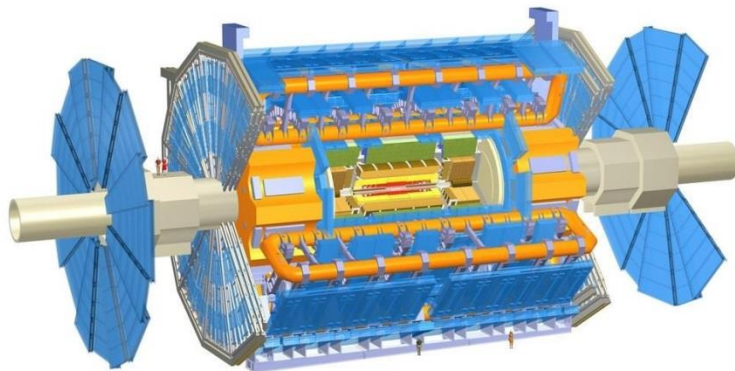
## 1. Vesmír

- velké hmotnosti (silná gravitační pole)
- velké rychlosti a vzdálenosti



## 2. Laboratoř

- zkoumání nových vlastností hmoty
- Higgsův boson na urychlovači v CERNu



## 3. Každodenní život - GPS


- velmi přesná měření času a místa

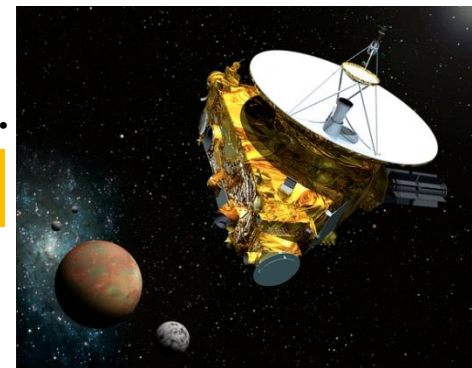
## Aristoteles (4. století př.n.l.)

- Přirozeným stavem věcí je klid, nehybnost.
- Věci se pohybují díky silám.



## Galileo Galilei (počátek 17. století)

- Nebrzděný rovnoměrný přímočarý pohyb je trvalý, přirozený.
- Klid je jen speciální případ pohybu.
- Jsou to síly tření, které způsobují, že se pohyb zastaví.
- Nepůsobí - li síly  inerciální vztažná soustava



sonda New Horizons na cestě k Plutu

### Galileův princip relativity:

Všechny inerciální soustavy jsou rovnocenné.

Platí v nich stejné přírodní zákony.

Pohybují se vůči sobě rovnoměrně přímočaře.

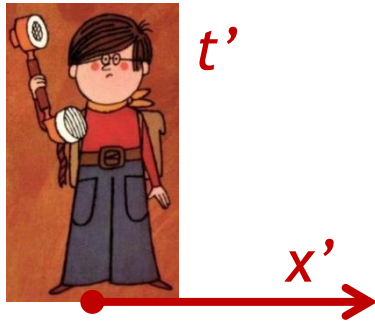


### Důsledek:

Rychlost a poloha jsou relativní:  
Má smysl udávat jen ve vztahu k něčemu

# Galileova transformace

- přechod od jedné inerciální vztažné soustavy do jiné

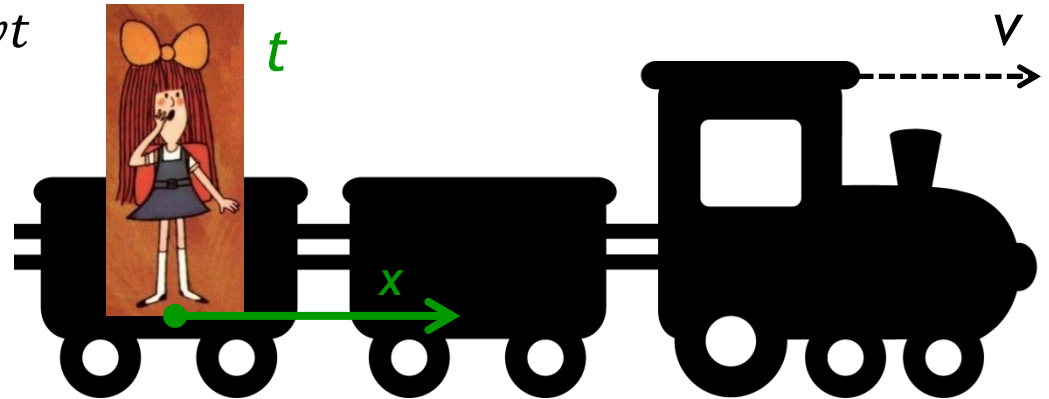


$$x' = x + vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$




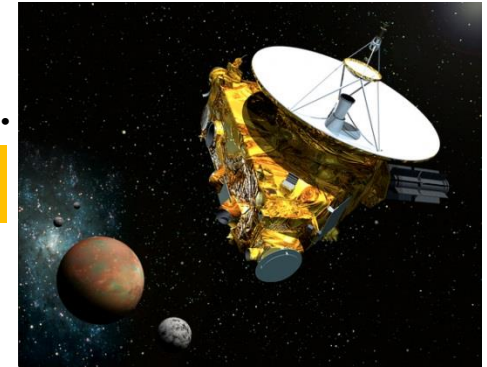
## Aristoteles (4. století př.n.l.)

- Přirozeným stavem věcí je klid, nehybnost.
- Věci se pohybují díky silám.



## Galileo Galilei (počátek 17. století)

- Nebrzděný rovnoměrný přímočarý pohyb je trvalý, přirozený.
- Klid je jen speciální případ pohybu.
- Jsou to síly tření, které způsobují, že se pohyb zastaví.
- Nepůsobí - li síly  inerciální vztažná soustava



sonda New Horizons na cestě k Plutu

### Galileův princip relativity:

Všechny inerciální soustavy jsou rovnocenné.  
Platí v nich stejné přírodní zákony.  
Pohybují se vůči sobě rovnoměrně přímočaře.

## Albert Einstein (počátek 20. století)

### Princip konstantní rychlosti světla:

Světlo se ve všech inerciálních soustavách pohybuje stejnou konečnou rychlostí  $c = 300\,000$  km/s.

Experimentálně ukázáno

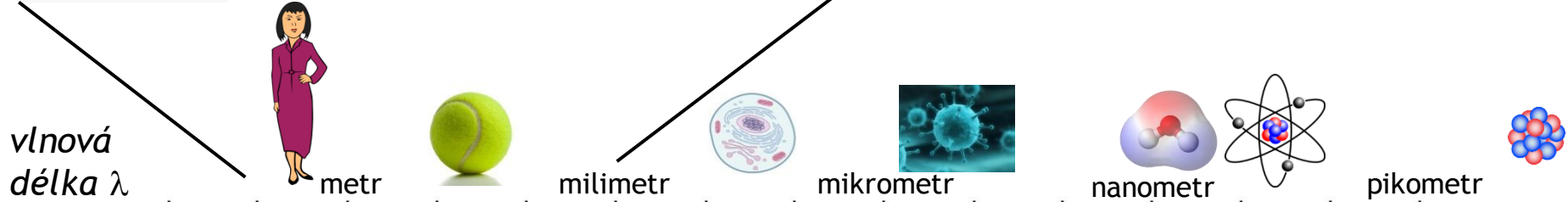
- Fizeau 1850
- Michelson-Morley 1880'

Co je světlo?



# 1. Světlo je vlnění - Elektromagnetické vlnění

$$\frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0$$



700 nm      600 nm      500 nm      400 nm

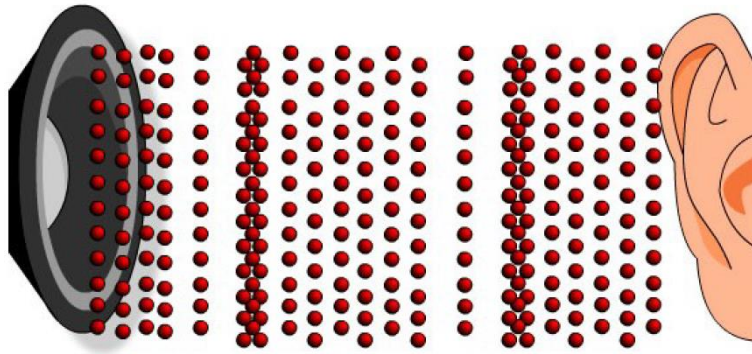


Vztah mezi vlnovou délkou  $\lambda$  a frekvencí  $f$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$



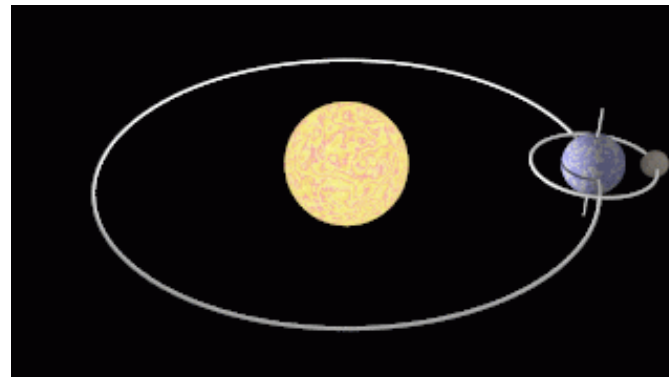
## 2. Světlo se šíří prázdným prostorem



**zvuk** - vzduch, voda, kov...

**světlo** - éter, který vyplňuje veškerý prostor?

Pokud by tomu tak bylo, rychlost světla by byla ve všech směrech stejná jen v soustavě, vůči které by se éter nepohyboval.

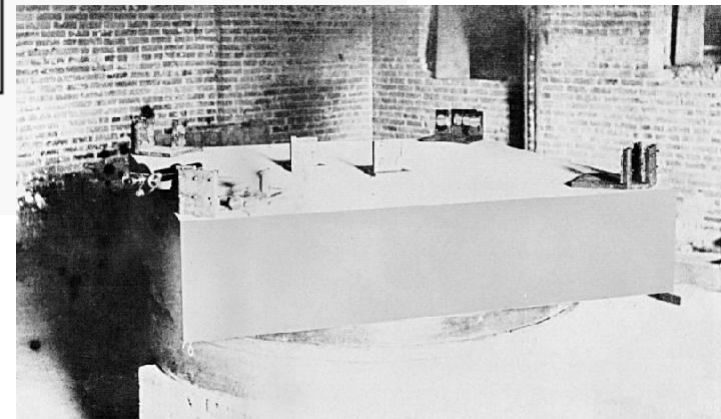
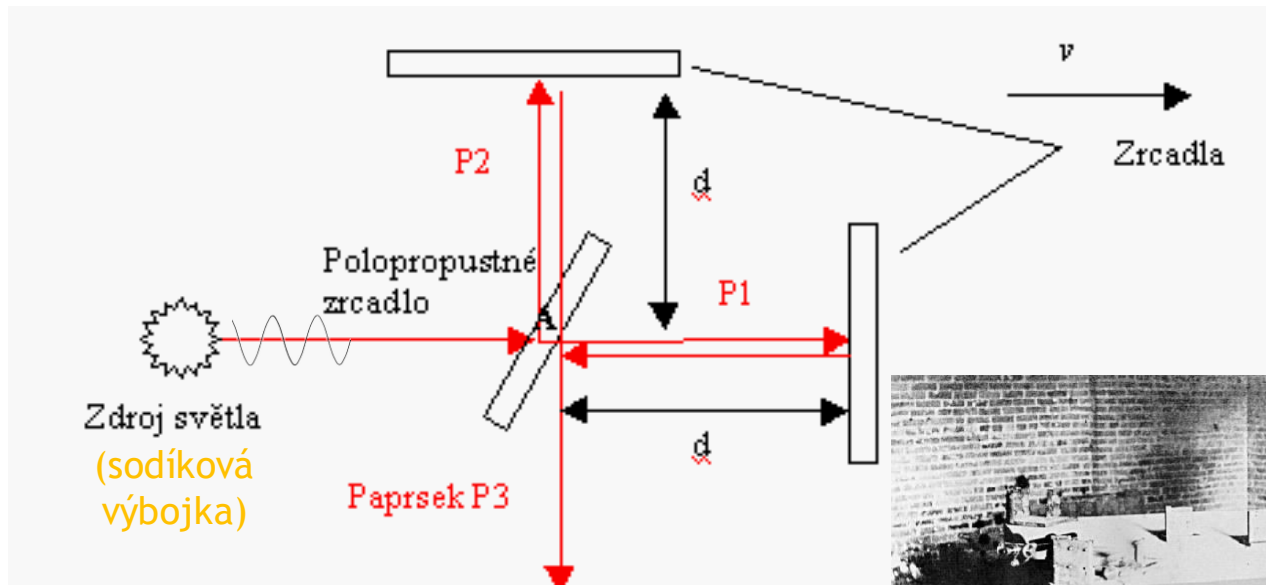


rychlost obíhání  
Země kolem Slunce  
= 30 km/s



## 2. Světlo se šíří prázdňým prostorem

Princip Michelsonova-Morleyova experimentu (1881)



pozorovatel



optické dráhy paprsků: **stejně**



**různě**

Experiment ukázal, že světlo se šíří všemi směry stejně rychle, a zpochybnil tak existenci éteru.

# 3. Světlo je kvantované

- fotony - každý přenáší energii  $E = hf$

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Planckova konstanta



## Energie v elektronvoltech

$$E[\text{eV}] = E[\text{J}] \cdot e$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}]$$

elementární elektrický náboj

(energie, kterou získá elektron, je-li urychlen napětím 1 volt)

Červené světlo (příklad)

Vlnová délka 700 nm  $\longrightarrow$  frekvence 430 THz  $\longrightarrow$  energie fotonů 1,8 eV



# Co je světlo?

Světlo je kvantované elektromagnetické vlnění, které se šíří prázdným prostorem (vakuum) pro každého pozorovatele stejnou konečnou rychlostí

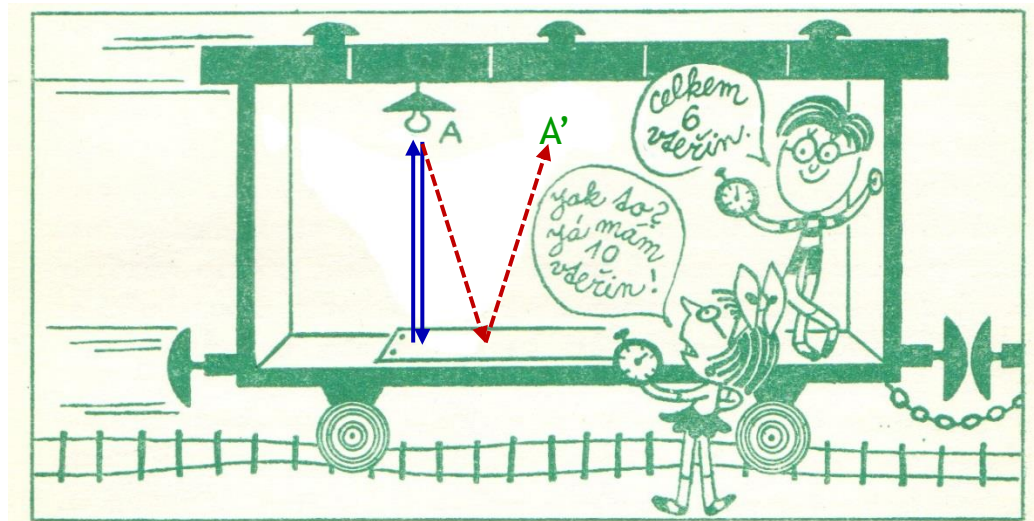
$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Důsledky principu  
konstantní rychlosti světla  
(efekty speciální teorie relativity)

# Čas

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry a jede stálou extrémní rychlostí  $v = 240\,000\text{ km/s}$



### Kluk ve vlaku

$$\begin{aligned} \text{dráha světla} &= 2 \times \text{výška vagónu} \\ &= 1\,800\,000\text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kluk naměří čas} &= \text{dráha světla} / c \\ &= 6\text{ vteřin} \end{aligned}$$

### Dívka na nástupišti

dráha, kterou vlak urazí za 5 vteřin (1 200 000 km)

dráha, kterou světlo urazí za 5 vteřin (1 500 000 km)



výška vagónu podle Pythagorovy věty:

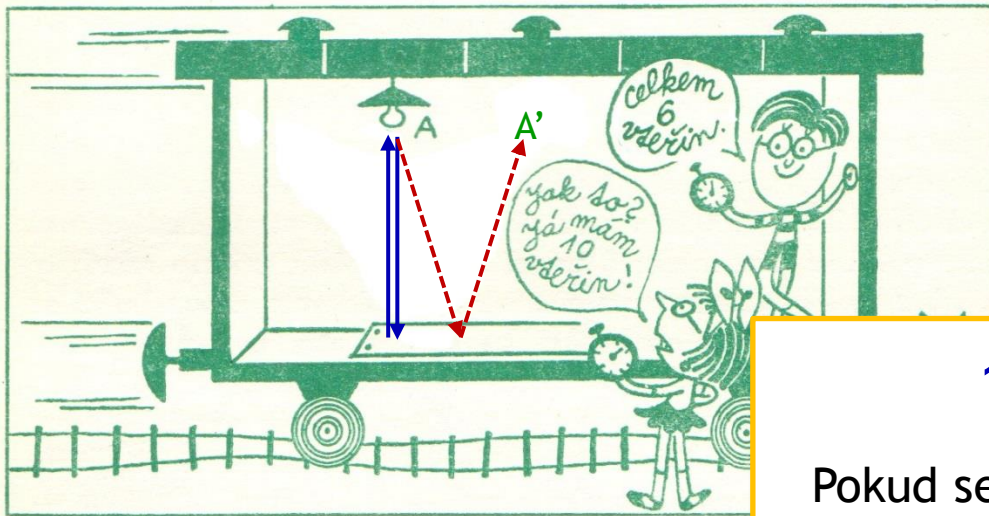
$$h = \sqrt{1500000^2 - 1200000^2}\text{ km} = 900000\text{ km}$$



# Čas

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry a jede stálou extrémní rychlostí  $v = 240\,000\text{ km/s}$



### Kluk ve vlaku

dráha světla = 2 x výška vagónu  
= 1 800 000 km

### Dívka na nástupišti

dráha, kterou vlak urazí za 5 vteřin (1 200 000 km)

dráha, kterou světlo urazí za 5 vteřin (1 500 000 km)



výška vagónu pod

$$h = \sqrt{1500000^2 - 1200000^2}$$

## 1. Dilatace času

Pokud se nějaká věc pohybuje vůči mně rychlostí  $v$ , plyne pro ni čas pomaleji.

$$t_d = \gamma t_k$$

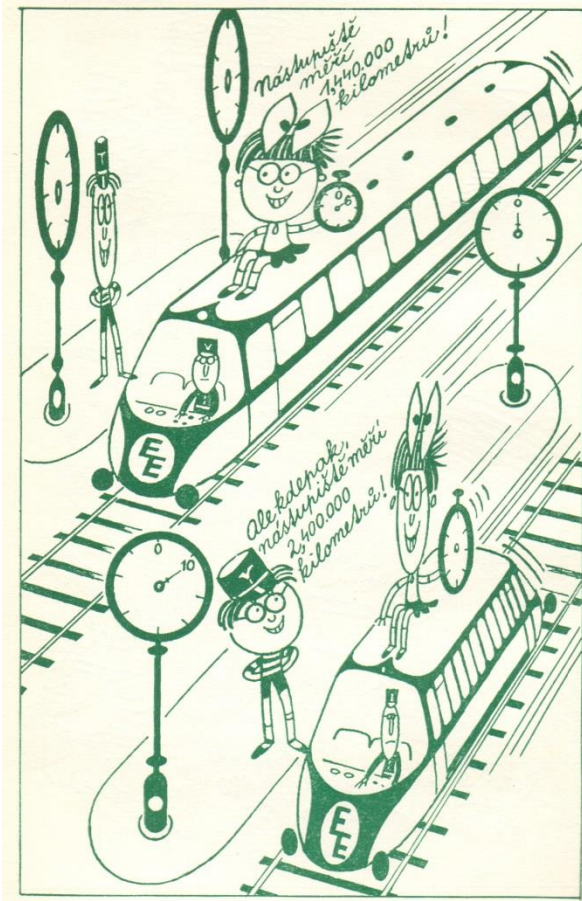
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

Lorenzův faktor

# Rozměry

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry (délka 2 400 000 km) a míjí stejně dlouhé nástupiště
- jede stálou extrémní rychlostí  $v = 240\,000$  km/s



## Dívka ve vlaku

- podle údajů staničních hodin projede nástupiště od začátku do konce za 10 vteřin
- její hodiny však ukážou 6 vteřin - nástupiště, které se vůči ní pohybuje, uvidí kratší

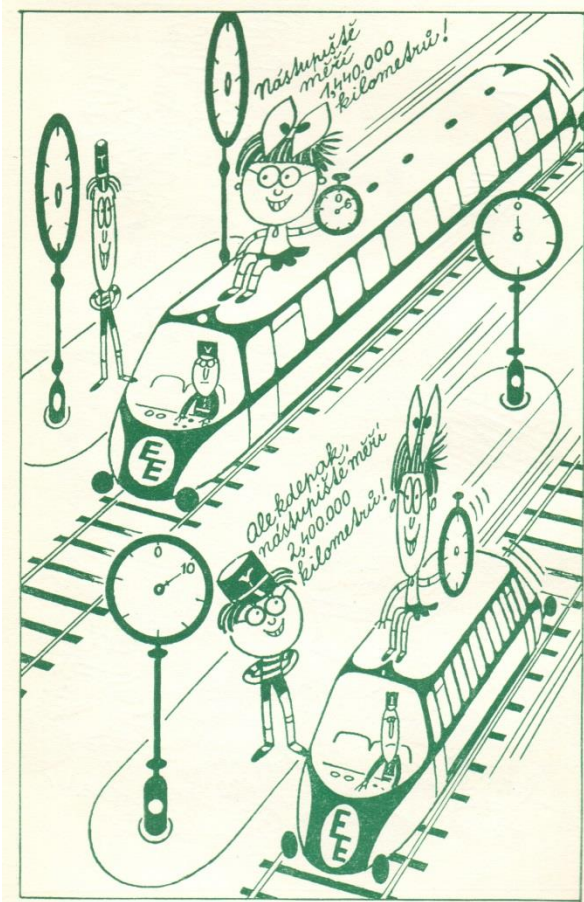
## Kluk na nástupišti

- mezi vjezdem začátku a konce vlaku do nádraží uplyne ve vlaku 10 vteřin
- nádraží se však vůči vlaku pohybuje a na nástupišti uplyne jen 6 vteřin - vlak se klukovi bude jevit kratší

# Rozměry

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry (délka 2 400 000 km) a míjí stejně dlouhé nástupiště
- jede stálou extrémní rychlostí  $v = 240\,000$  km/s



## Dívka ve vlaku

- podle údajů staničních hodin projede nástupiště od začátku do konce za 10 vteřin

## 2. Kontrakce délek

Pokud se nějaká věc pohybuje vůči mně rychlostí  $v$ , jeví se mi kratší.

$$l_k = \frac{l_d}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

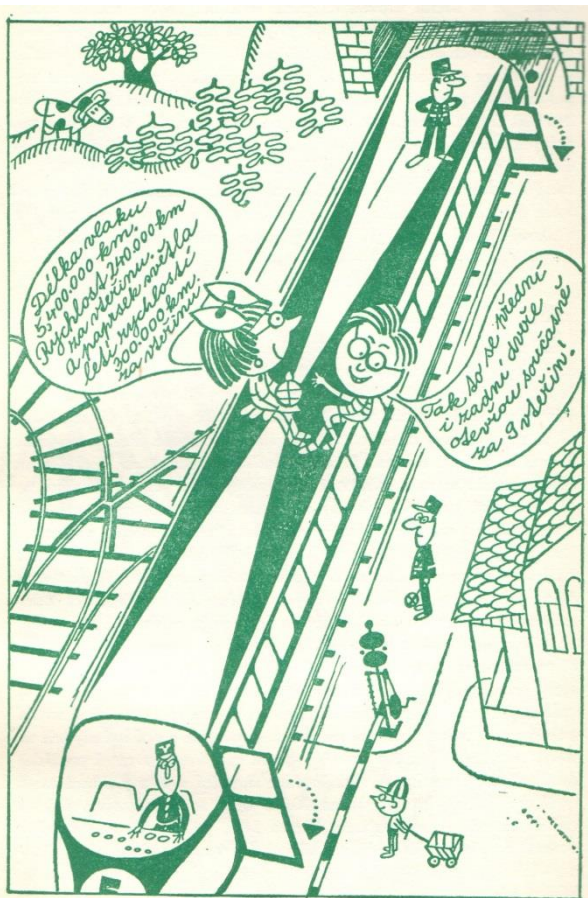
Lorenzův faktor



# Současnost

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry (délka 5 400 000 km)
- jede stálou rychlostí  $v = 240\,000$  km/s



## Pozorování z vlaku

- **přední a zadní dveře se otevřou zároveň**

## Pozorování z nástupiště

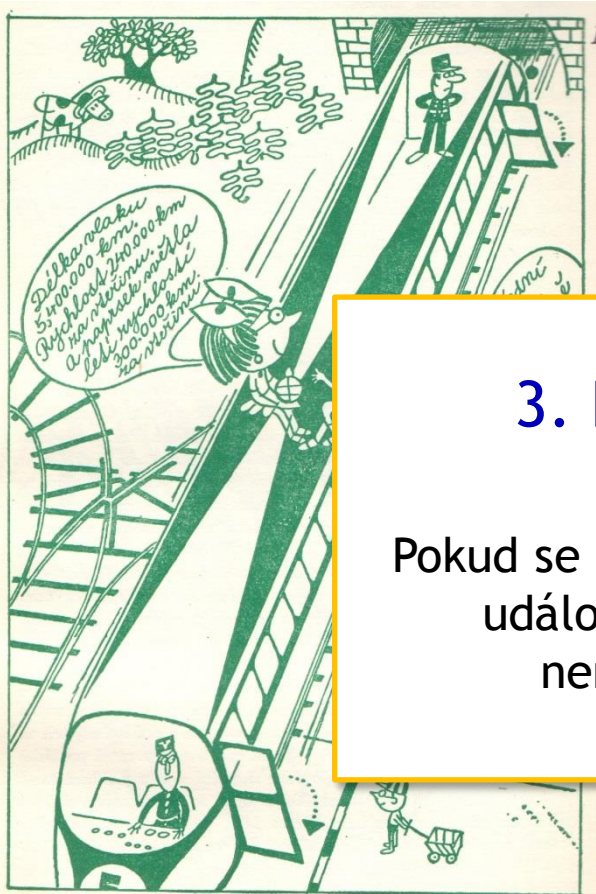
- vlak je kratší, měří jen 3 240 000 km
- k zadním dveřím světlo dolétne za 3 vteřiny
  - k předním dveřím dolétne za 27 vteřin
- **zadní dveře se otevřou o 24 vteřin dříve**



# Současnost

## Einsteinův expres

- má extrémní rozměry (délka 5 400 000 km)
- jede stálou rychlostí  $v = 240\,000$  km/s



### Pozorování z vlaku

- **přední a zadní dveře se otevřou zároveň**



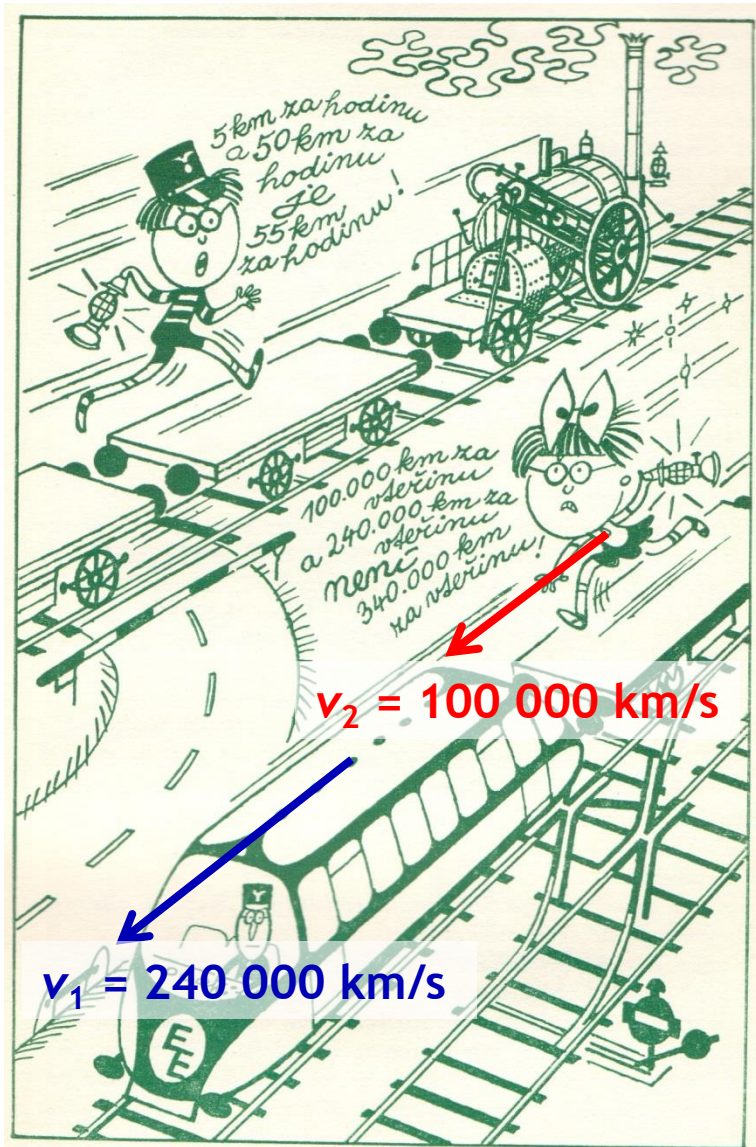
### 3. Relativita současnosti

Pokud se nějaká věc pohybuje vůči mně, pak události, které jsou pro ni současné, nemusejí být současné pro mě.

- **zadní dveře se otevřou o 24 vteřin dříve**



# Skládání rychlostí



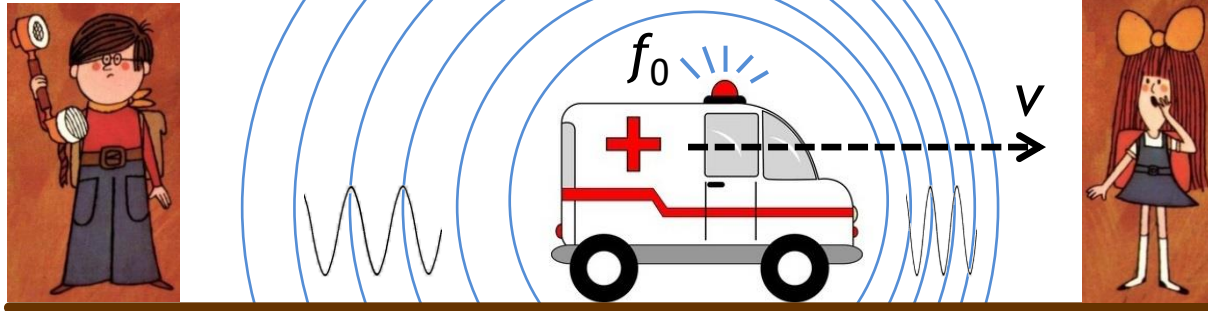
Rychlost pozorovaná na nástupišti

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

- Pozorovaná rychlost je vždy menší než pouhý součet rychlostí.
- Pokud se vlak (nebo dívka) pohybují rychlostí světla, pak je výsledná rychlost také světelná.

# Dopplerův jev

Zvuk



**hlubší tón**

$$f_{za} = \frac{c}{c + v} f_0 < f_0$$

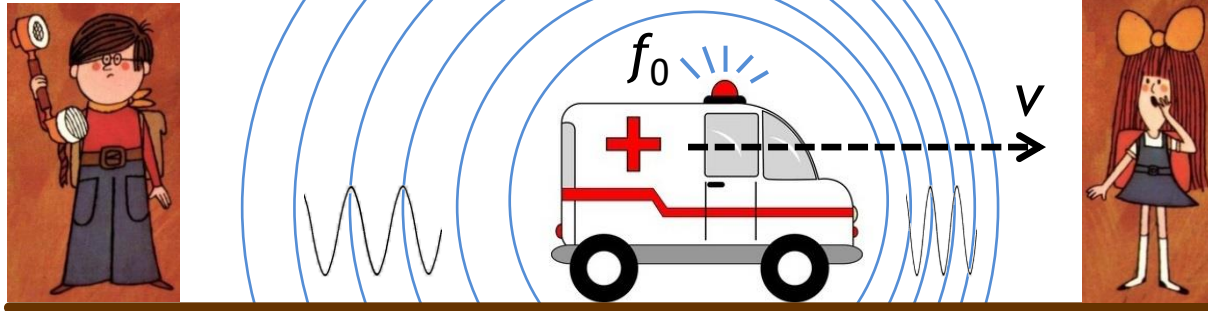
rychlost zvuku při  
běžné teplotě  
???

**vyšší tón**

$$f_{před} = \frac{c}{c - v} f_0 > f_0$$

# Dopplerův jev

## Zvuk



hlubší tón

$$f_{za} = \frac{c}{c + v} f_0 < f_0$$

rychlost zvuku při  
běžné teplotě

$$c = 340 \text{ m/s}$$

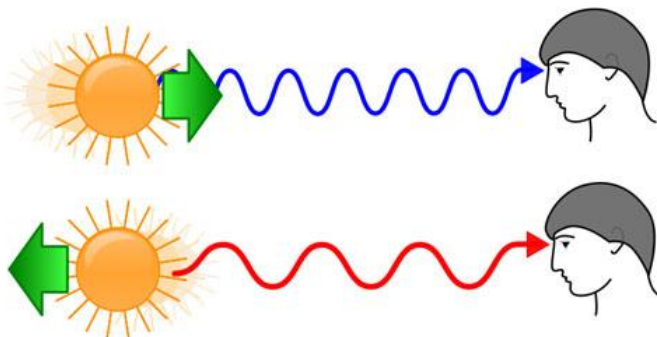
vyšší tón

$$f_{před} = \frac{c}{c - v} f_0 > f_0$$



při rychlosti sanitky  
130 km/h

## Světlo



Přibližuje-li se hvězda k  
nám, vidíme ji modřejší:  
**modrý posuv**

$$f_{před} = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} f_0$$

Vzdaluje-li se hvězda od  
nás, vidíme ji červenější:  
**rudý posuv**

$$f_{za} = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} f_0$$

# Hmotnost



## 4. Souvislost mezi hmotností a energií

Pokud se nějaká věc pohybuje vůči mně, pak roste její hmotnost.

$$m = \gamma m_0 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

Lorenzův faktor

Celková energie věci o hmotnosti  $m$  je

$$E = mc^2$$

# Lorentzův faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

$$c = 300\,000 \text{ km/s}$$

## Malé rychlosti



- $\gamma \approx 1$
- K relativistickým efektům nedochází, platí fyzika podle Newtona (a podle naší každodenní zkušenosti)

## Rychlosti blízké rychlosti světla

- $\gamma$  velké, relativistické efekty silné
- Při rostoucí rychlosti se věci již nezrychlují, ale těžknou



## Nadsvětelné rychlosti

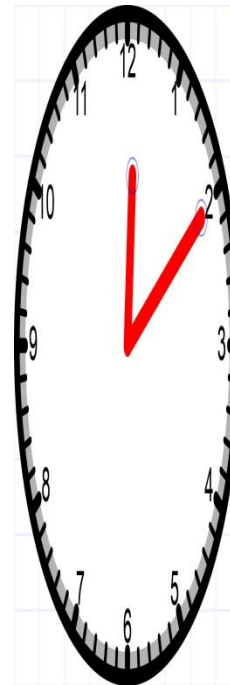
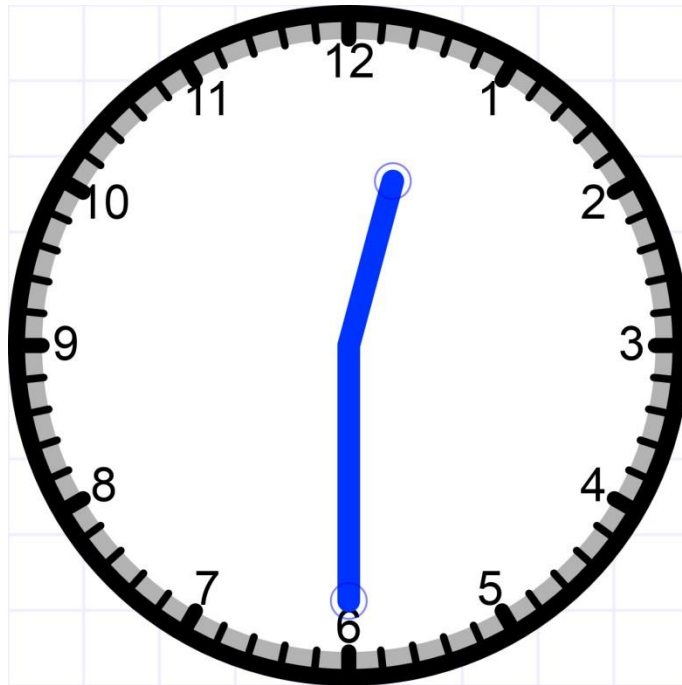
**NEEXISTUJÍ**



# Shrnutí - Speciální teorie relativity

(jen v systémech,  
v nichž nepůsobí síly)

$$v = 280\,000 \text{ km/s} = 94\% c$$



- 1. předměty se zplošťují
- 2. čas pro ně ubíhá pomaleji
- 3. jejich barva je více červená (pokud se od nás vzdalují)
- 4. těžknou



# Galileova transformace

- přechod od jedné inerciální vztažné soustavy do jiné



$t'$

$x'$

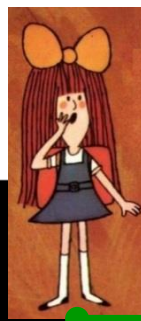
$$x' = x + vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

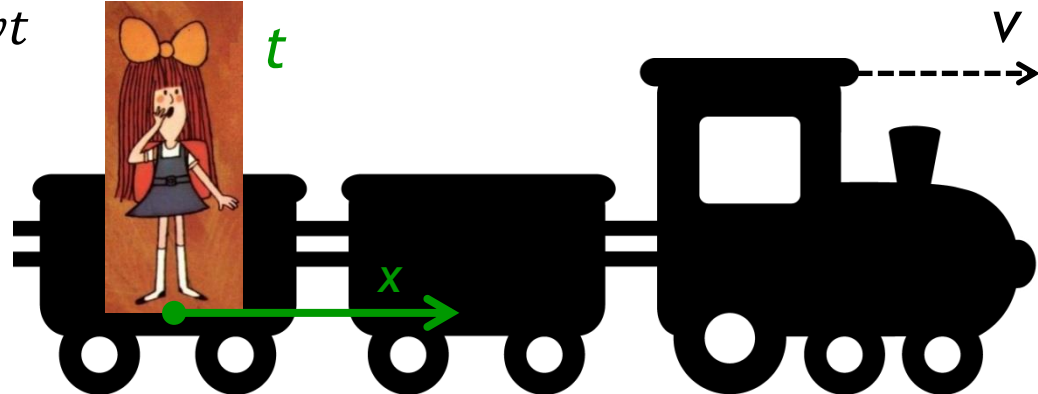
$$t' = t$$

čas je absolutní



$t$

$x$



$v$

# Lorentzova transformace

- při konstantní rychlosti světla



$t'$

$x'$

$$x' = \gamma(x + vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

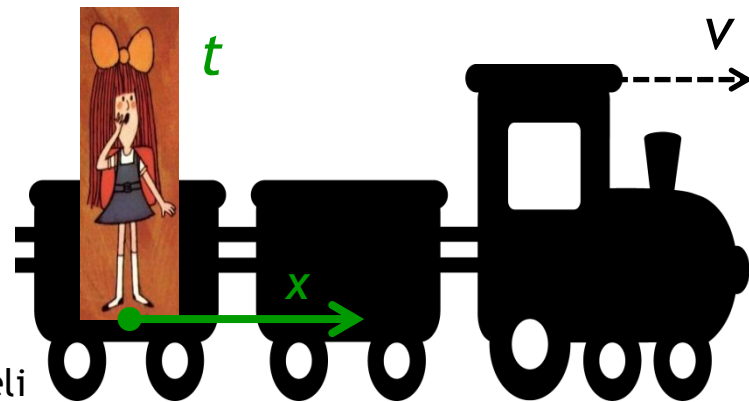
$$t' = \gamma \left( t + \frac{v}{c^2} x \right)$$

prostor a čas závisejí na pozorovateli



$t$

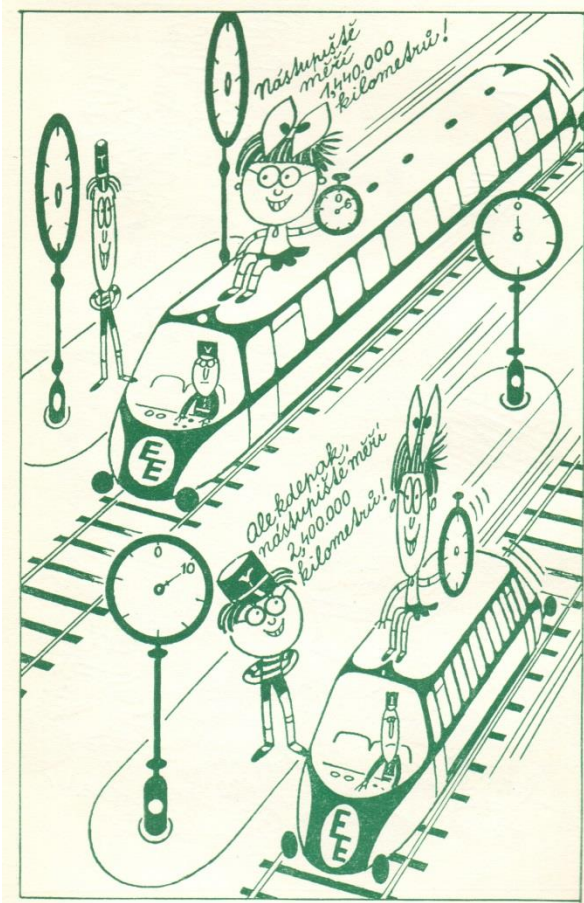
$x$



$v$

# Časoprostorový interval

$$= \text{vzdálenost}^2 - (c \times \text{doba})^2$$



Jaký je prostoročasový interval mezi průjezdem začátku a konce vlaku začátkem nástupiště?

## Dívka ve vlaku

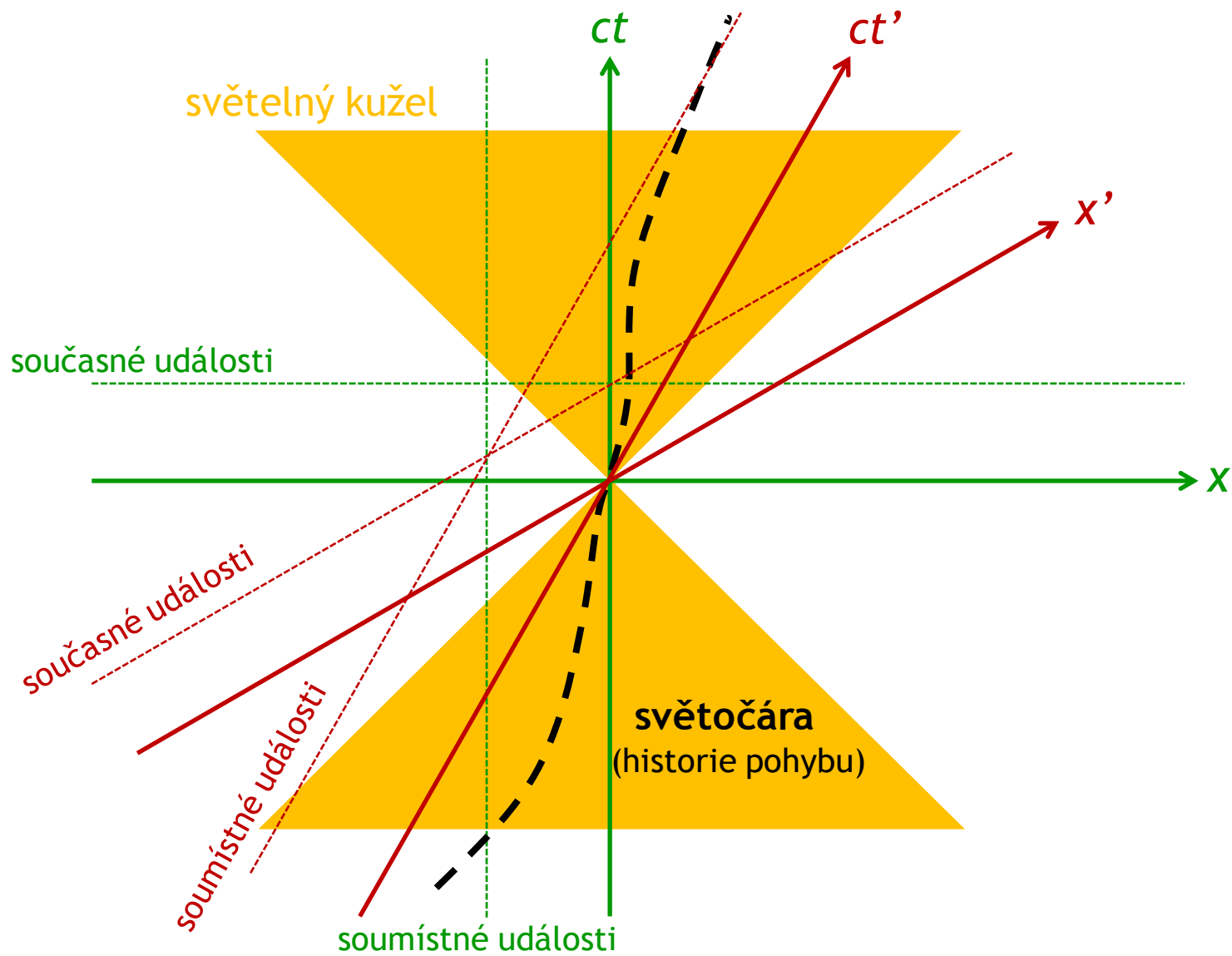
$$\text{ČI} = \text{délka vlaku}^2 - (c \times 10 \text{ vteřin})^2 = -3\,240\,000\,000\,000$$

## Chlapec na nástupišti

$$\text{ČI} = 0^2 - (c \times 6 \text{ vteřin})^2 = -3\,240\,000\,000\,000$$

- Stejně pro pozorovatele pohybující se jakoukoliv rychlostí.
- Prostor a čas jsou promíchány.

# Minkowského prostoročas

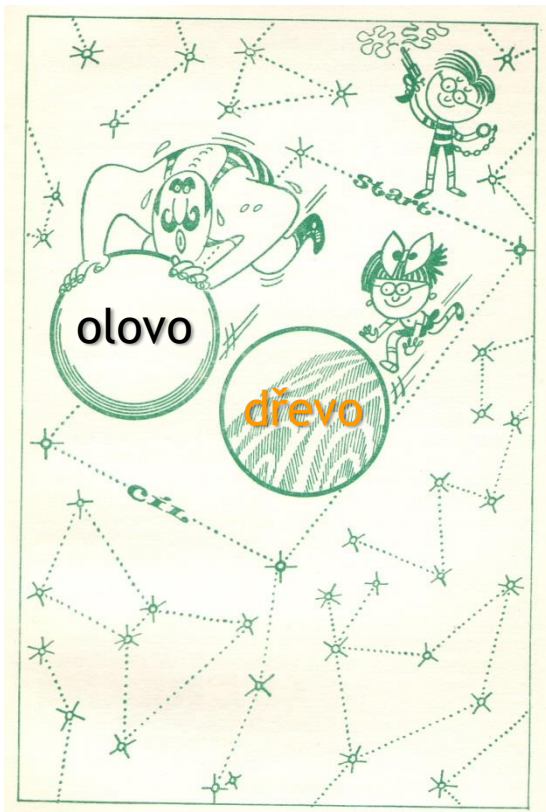


# Obecná teorie relativity

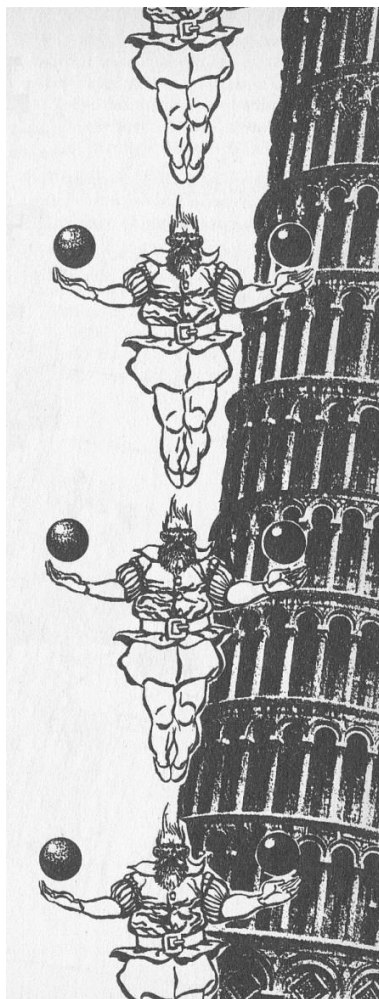
Rozšíření speciální teorie relativity  
na neinerciální vztažné soustavy



# Ekvivalence setrvačné a gravitační hmotnosti



setrvačná hmotnost

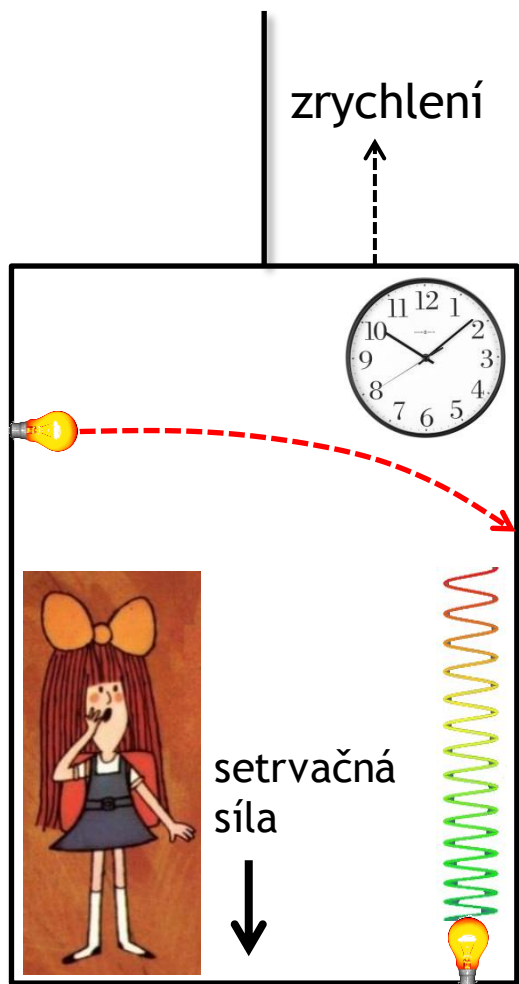


Galileo Galilei, Pisa, 1590



gravitační hmotnost

# Einsteinův výtah



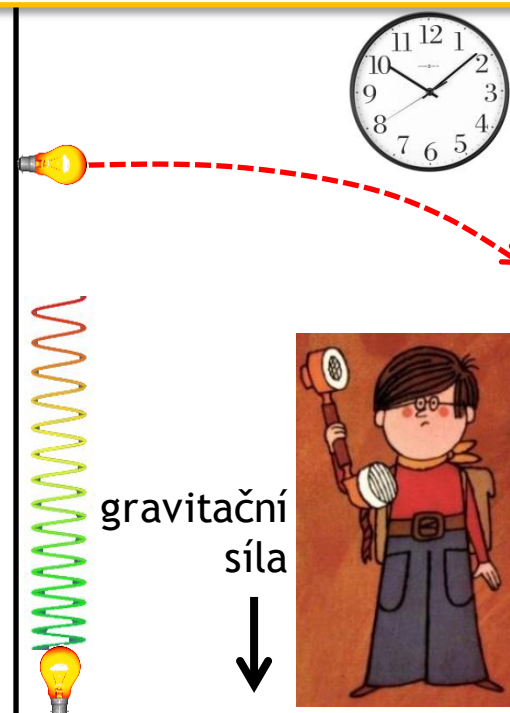
světelný paprsek se ohýbá

gravitační rudý posuv

## Gravitační dilatace času

Pokud na mě působí gravitace, plyne pro mě čas pomaleji.

$$t_G = \gamma_G t_0 \quad \gamma_G = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{druhá kosmická}}^2}{c^2}}}$$

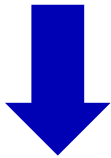


Země

Princip ekvivalence: Žádným pokusem nelze odlišit zrychlení od působení gravitačního pole.

# Slapové jevy

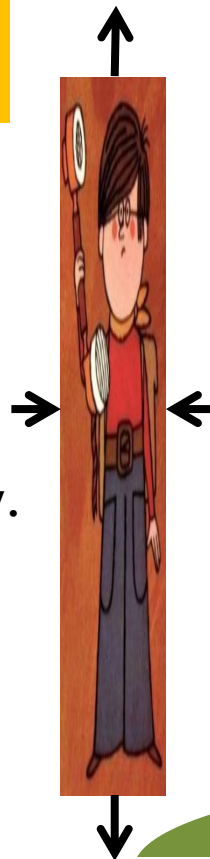
- je-li kabina výtahu dost velká, naměříme odchylky v gravitačním působení



Princip ekvivalence platí jen pro malé oblasti (lokálně)

Takto by byl kluk natahován v blízkosti například černé díry.

**Zakřivení prostoročasu**



Země

# Černá díra

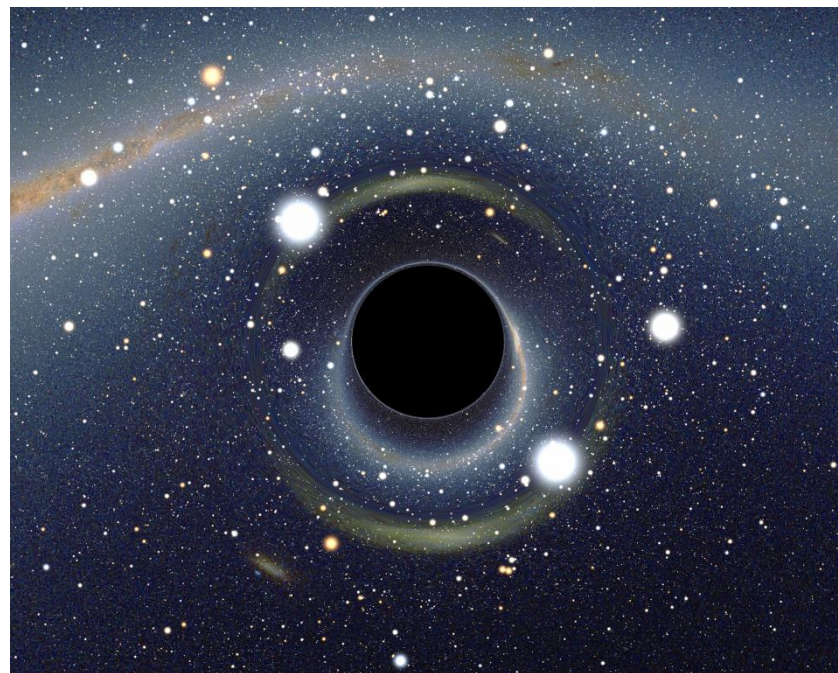
- velmi hmotný objekt malých rozměrů (minimálně asi 3 x hmotnost Slunce)
- prostoročas v jejich okolí silně zakřiven

## Horizont černé díry (Schwarzschildův poloměr)

- pod horizontem je 2. kosmická rychost vyšší než rychost světla (nic se nemůže zpoza horizontu ven)

$$r_h = \frac{2\kappa M}{c^2}$$

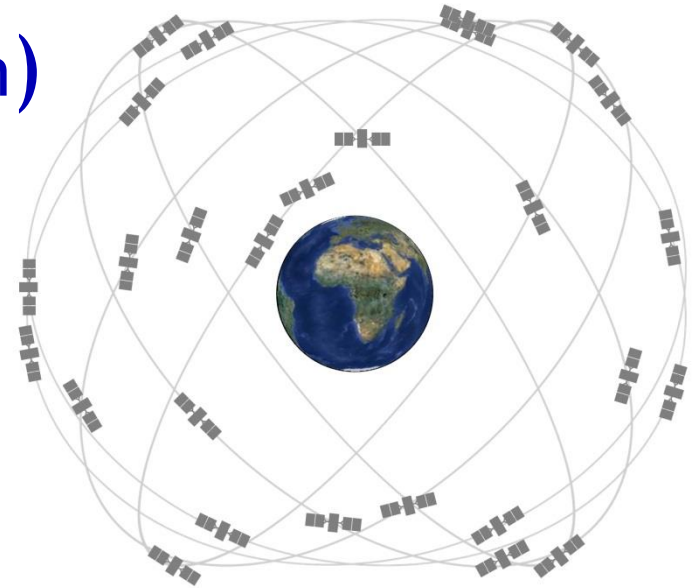
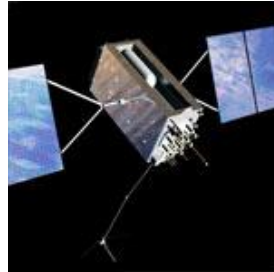
|          |               |
|----------|---------------|
| Země     | 9 mm          |
| Slunce   | 3 km          |
| NGC 4889 | 60 biliónů km |



Kde se setkáme s efekty teorie relativity?



# GPS (Global Positioning System)

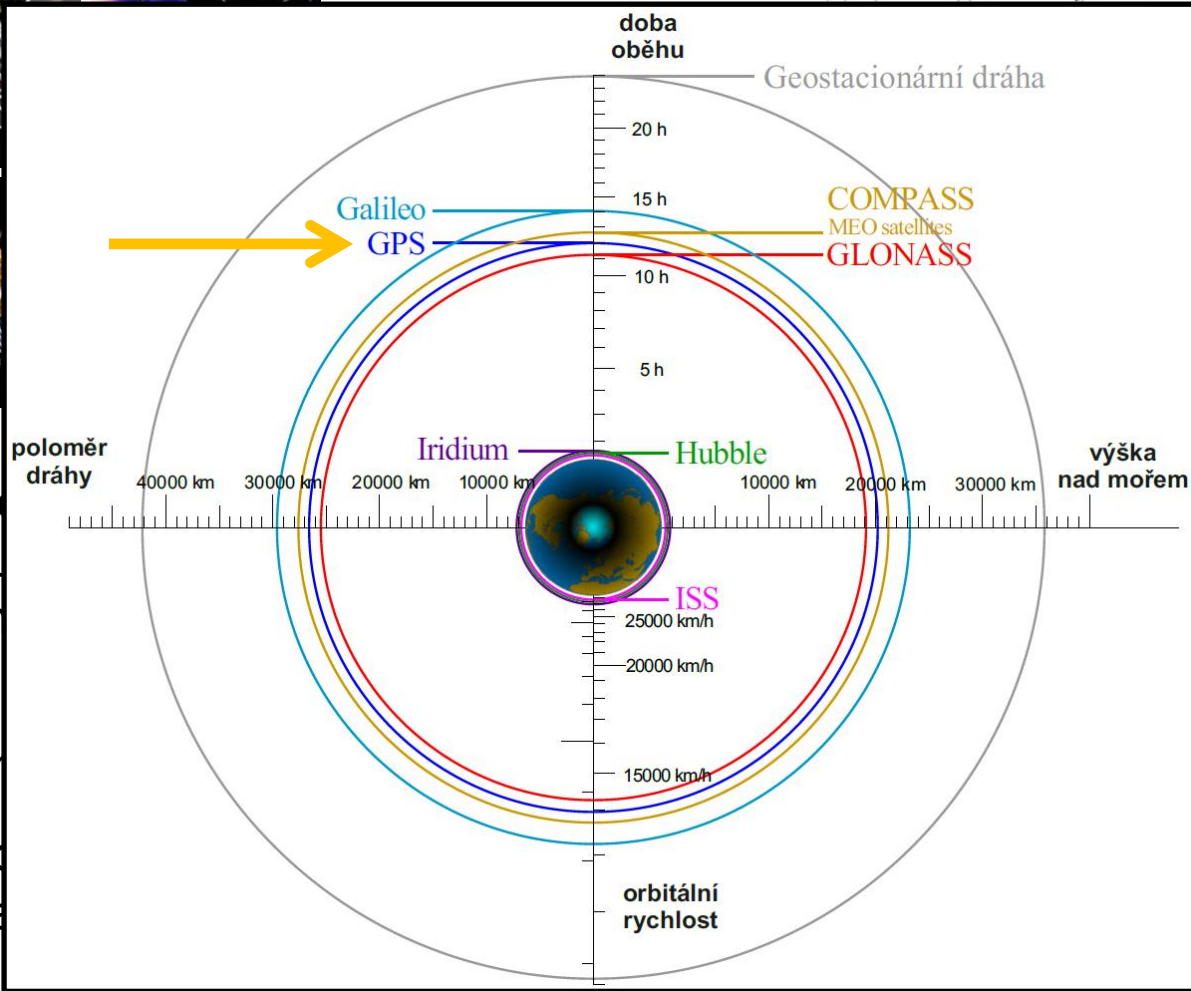
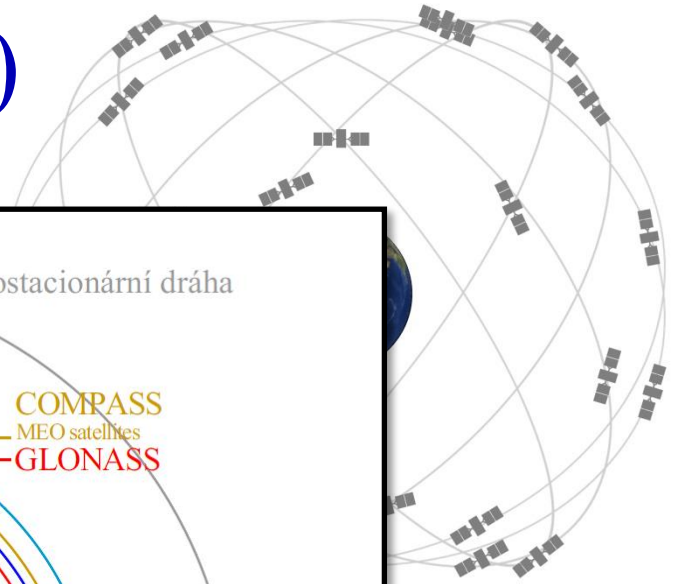
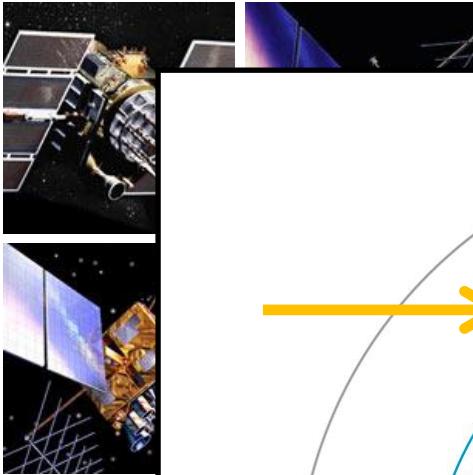


- **32 družic** obíhajících Zemi ve výšce cca **20 000 km** (v každou chvíli je na každém bodě Země vidět minimálně 9 družic)
- Rychlost družice vůči *nerotující* Zemi je cca **4 km/s** (každá družice Zemi oběhne 2x za den)
- V každé družici - **atomové hodiny**, které se za den opozdí nanejvýš o 1 nanosekundu

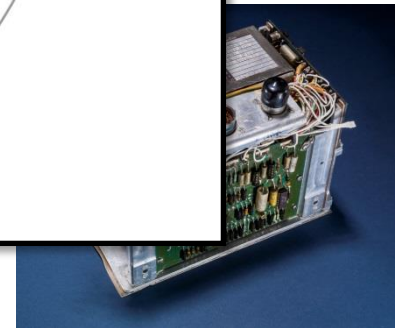




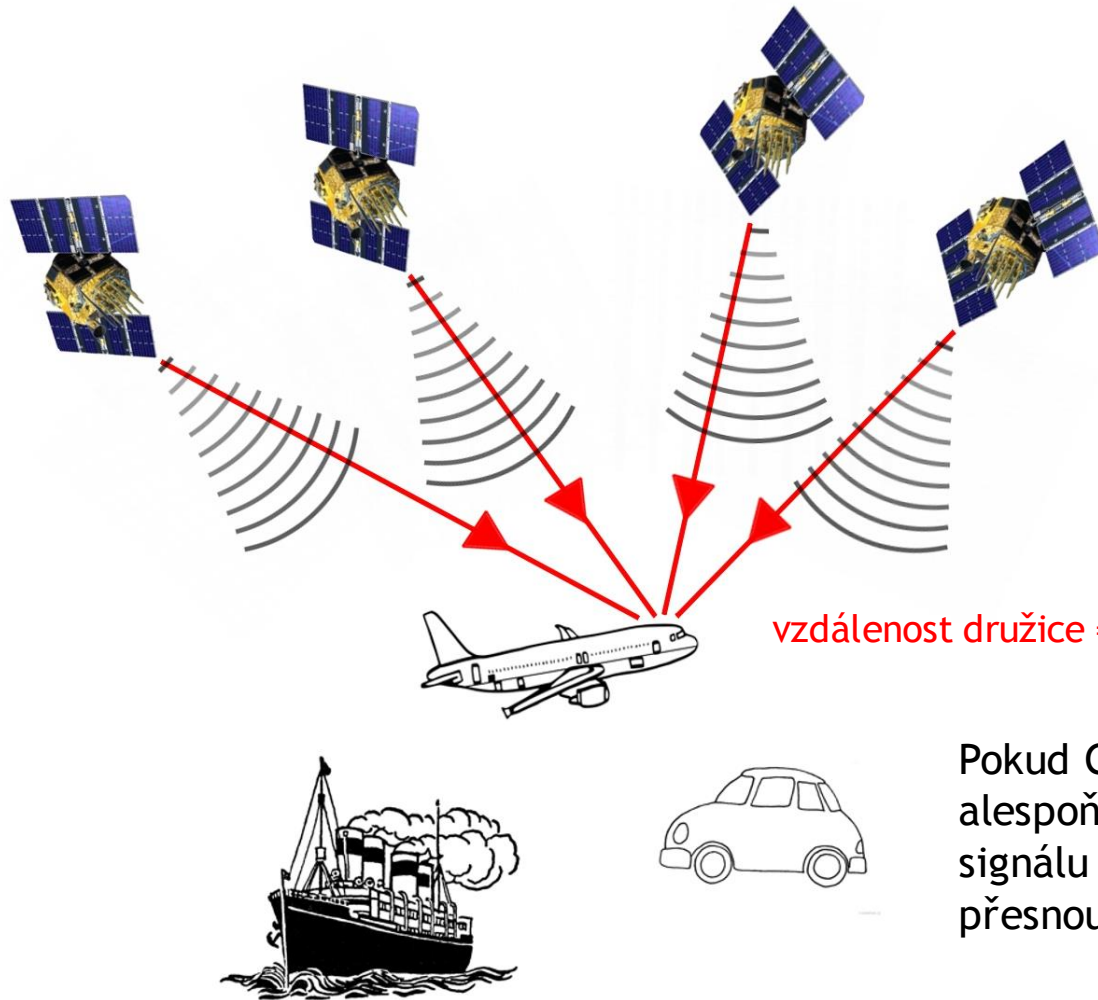
# GPS (Global Positioning System)



- 32 družic (v každou minimálně)
- Rychlost (každá dráha)
- V každé době opozdí na



# Jak GPS funguje



Každá družice vysílá údaj o své poloze a o svém čase.

Signál se šíří rychlostí světla  $c$  k zemi.

vzdálenost družice =  $c \times$  zpoždění signálu

Pokud GPS zařízení zachytí signál alespoň ze **čtyř družic**, ze zpoždění signálu vypočítá triangulací svou přesnou polohu.

1 ns chyba v měření času  $\rightarrow$  30 cm chyba v měření polohy

# Jak se projeví teorie relativity

## Efekty speciální relativity

- Družice se vůči nám na Zemi pohybují



čas v nich plyne

- Člověk na rovníku se pohybuje rychlostí cca

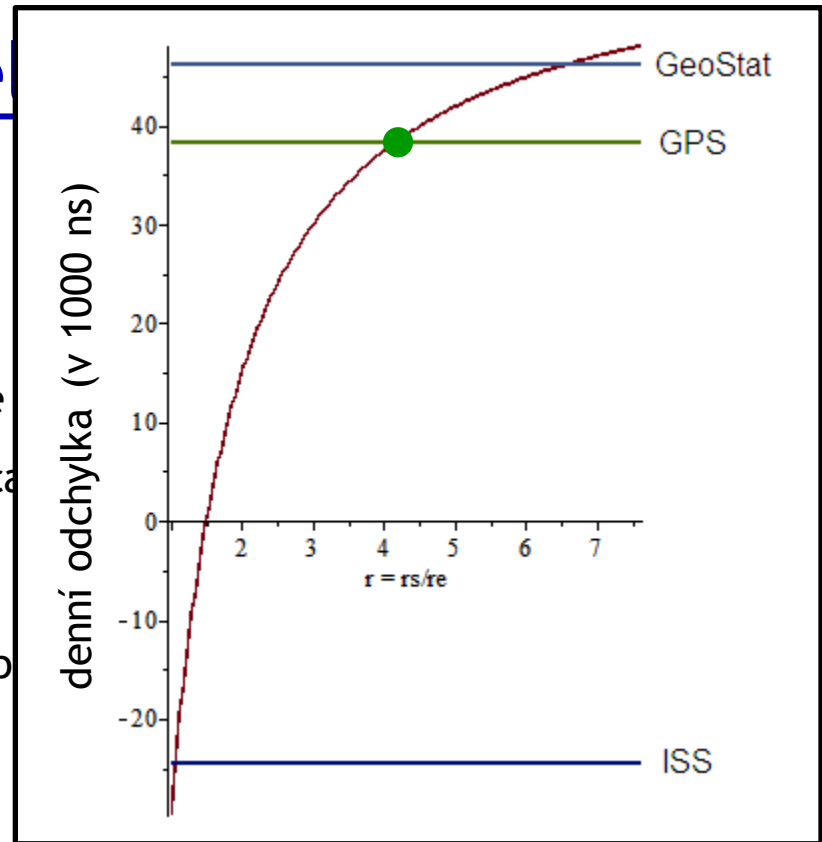
## Efekt obecné relativity

- Na družice působí slabší gravitace než na p
- Navíc na ně působí odstředivá síla

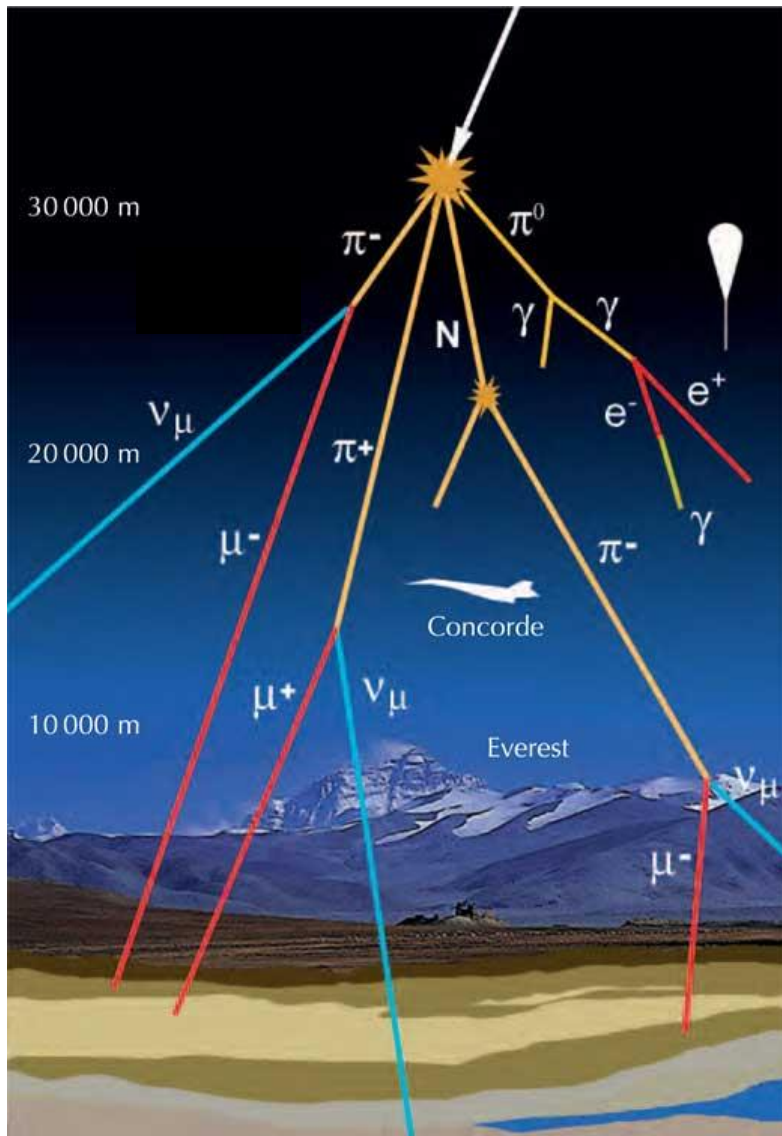


čas v nich plyne rychleji než na Zemi - odchylka 46 000 ns za den

Celková odchylka: 38 000 ns za den.  
Přepočteno na vzdálenost to je víc jak 10 km!



# Kosmické záření



Ve vrchních vrstvách atmosféry vznikají miony, částice s poločasem rozpadu

$$T = 1,5 \mu\text{s}$$

které se šíří rychlostí  $v = 0,9997 c$  k zemi.

~~Polovina vzniklých mionů se rozpadne během~~

~~$$L = v T = 450 \text{ metrů letu}$$~~

~~a na zem nedoletí skoro žádný.~~

**POZOR!** Rychlost je blízká rychlosti světla, musíme započítat dilataci času:

Při dané rychlosti je Lorentzův faktor přibližně

$$\gamma = 40$$

takže vzhledem k nám je poločas rozpadu

$$T' = 60 \mu\text{s}$$

a polovina mionů ulétne 18 km, než se rozpadne - dost na to, aby dopadly na zemský povrch.



# Urychlovače částic

Centrum pro jaderný  
výzkum CERN

## LHC (Large Hadron Collider)

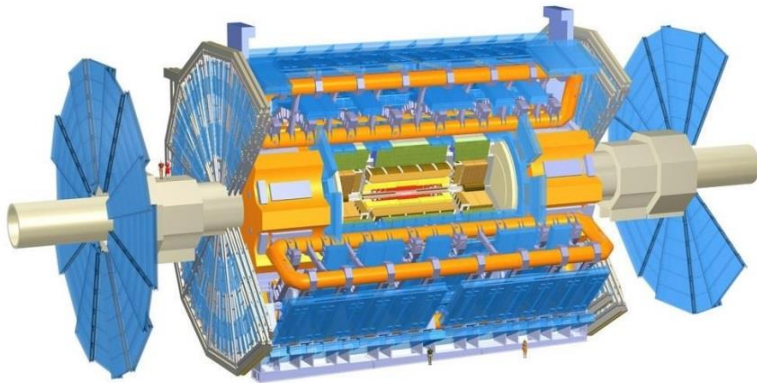
- urychluje protony
- $v = 0.999\,999\,99\,c$   
(rychlost jen o 10 km/h  
menší než rychlost světla)
- $\gamma = 7\,000$
- protony oběhnou prstenec  
10 000 krát za vteřinu



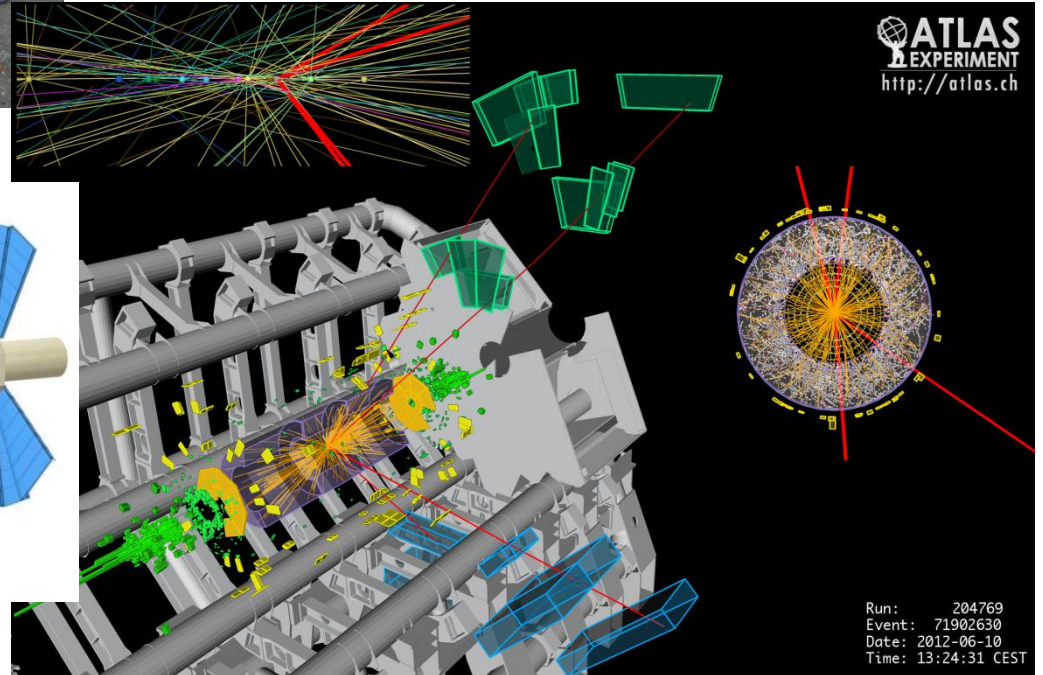
# Urychlovače částic



Srážkami se dozvídáme, z čeho jsou částice složeny a jaké síly je drží pohromadě.



Detektor ATLAS (CERN)

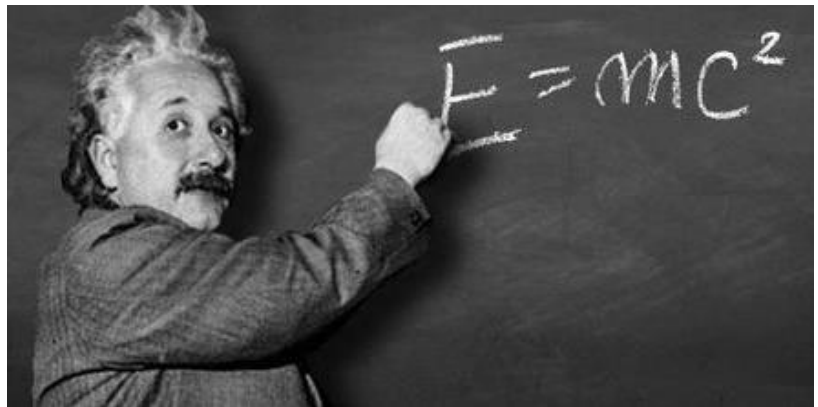


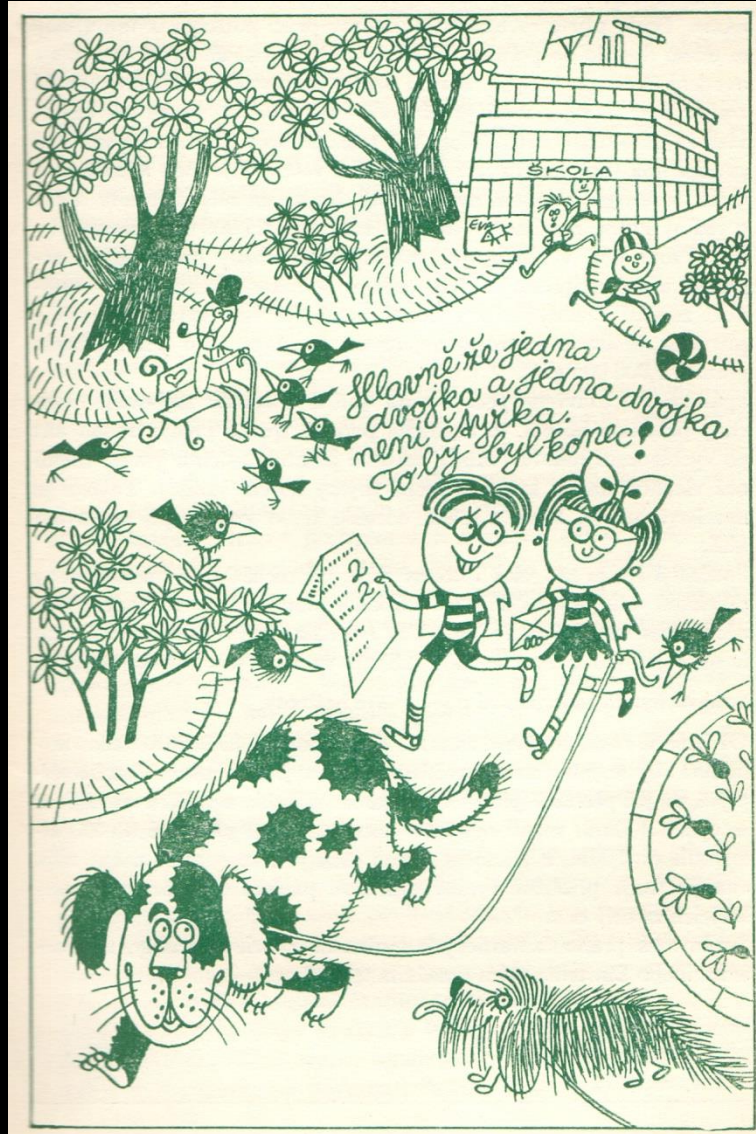


# Einsteinova relativita

- Poloha, rozměry, čas, rychlost, současnost a hmotnost nejsou absolutní pojmy - závisí na rychlosti pozorovatele.
- Absolutní je rychlost světla (pro všechny pozorovatele stejná).
- Teorie vychází z toho, že hledáme takové vztažné soustavy, ve kterých budou mít všechny fyzikální zákony stejný tvar.
- Efekty teorie relativity se projevují při vysokých rychlostech (nebo při velmi silné gravitaci).

DÍKY ZA POZORNOST





Slavně je jedna dvojka a jedna dvojka  
nemí číselka.  
To by byl konec!