

Domácí úkol na 23.3.2021

Úkol 3.2: Naprogramujte Eulerovu metodu 1. a 2. řádu a Runge-Kuttovu metodu. Vyřešte numericky diferenciální relaxační rovnici

$$\frac{dy}{dt} = -y \quad (17)$$

s počátečními podmínkami $y_0 = 1$ (analytickým řešením je funkce e^{-t}). Integrační krok Δt ponechte jako volný parametr. Nakreslete grafy řešení $y(t)$ pro rozdílné hodnoty integračních kroků, například $\Delta t = 0.01$ a $\Delta t = 0.1$ pro čas $t \in \langle 0; 10 \rangle$.

Úkol 3.3: Rozšiřte kód tak, aby počítal průměrnou kumulovanou chybu

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i - y(t_i))^2}, \quad (18)$$

kde $y(t)$ je analytické řešení diferenciální rovnice. Nakreslete závislost $\mathcal{E}(\Delta t)$ pro $\Delta t \in \langle 0.002; 0.1 \rangle$ a pro různé metody. Jelikož očekáváme mocninnou závislost dle (7), kde exponent je tím větší, čím větší je řád metody, je výhodné graf $\mathcal{E}(\Delta t)$ kreslit v log-log měřítku. V Pythonu použijete místo `plot(...)` funkci `loglog(...)` z knihovny `matplotlib.pyplot`. Ověřte, že získané křivky jsou v souladu s řády použitých metod.

Úkol 3.4: Pomocí naprogramovaných metod vyřešte nelineární diferenciální rovnici

$$\frac{dy}{dt} = \sin(ty) \quad (19)$$

s počáteční podmínkou $y_0 = 1$, $t_0 = 0$ a vykreslete graf jejího řešení.