

7.4 Domácí úkol na 20.4.2021

Úkol 7.2: Naprogramujte funkci pro výpočet histogramu: na vstupu bude pole hodnot (výběr z nějakého rozdělení) a počet intervalů histogramu; na výstupu bude pole, jehož každý prvek bude odpovídat jednomu intervalu histogramu a ponese počet hodnot, které do tohoto intervalu padnou ze vstupního pole. Nejeфекtivnějšímu algoritmu stačí jeden průchod vstupním polem (jeden cyklus). Pokuste se na něj přijít.

Výstupní pole funkce vykreslete jako čárový graf.³²

Úkol 7.3: Otestujte funkci z předchozího úkolu na následujících vstupních datech:

1. Výběr z rovnoměrného rozdělení na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ (v Pythonu generované pomocí `random()` z knihovny `random`, resp. pomocí `generator.random()` z knihovny `numpy.random`, jak je shrnuto v sekci 2.2.6).
2. Výběr ze **součtu dvou** rovnoměrných rozdělení na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Hustota pravděpodobnosti výsledného rozdělení je dána konvolucí (57). Vypočítejte analyticky pomocí tohoto vzorce, jak bude hustota pravděpodobnosti vypadat, a porovnejte se získaným histogramem.
3. Výběr ze **součtu m** rovnoměrných rozdělení na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Přesvědčte se, že již pro celkem malé m platí centrální limitní věta (59) a výsledné rozdělení se blíží normálnímu rozdělení $N(\mu, \sigma)$. Jaká bude střední hodnota μ a rozptyl σ tohoto rozdělení?

Pro pěkné grafy volte alespoň $n = 10000$ (počet prvků výběru) a $N = 100$ (počet intervalů histogramu).

Úkol 7.4: Na základě centrální limitní věty (60) vytvořte jednoduchý generátor čísel s normálním Gaussovským rozdělením $N(0, 1)$. Jaké je optimální hodnota m , abychom získali dostatečně přesnou aproximaci normálního rozdělení, a přitom použili co nejméně algebraických operací?

Úkol 7.5: Nakreslete histogram pro rozdělení hodnot v jednotlivých intervalech histogramů z úlohy 7.3. Jaké očekáváte statistické rozdělení v tomto případě?

Úkol 7.6: Na základě známé hustoty pravděpodobnosti (64) vytvořte generátor čísel s Gaussovským normálním rozdělením. Porovnejte jeho rychlost s generátorem založeným na centrální limitní větě, který jste naprogramovali v úloze 7.4 a s generátorem z některé z knihoven.³³

Úkol 7.7: Vytvořte generátor čísel z rozdělení daném distribuční funkcí

$$F(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan x \right). \quad (77)$$

Jak vypadá analyticky hustota pravděpodobnosti? Nakreslete histogram a porovnejte.

³²Knihovna `matplotlib` obsahuje funkce na přímé vykreslení sloupcového histogramu, například `hist`.

³³Porovnání můžete provést tak, že nagenegujete větší množství čísel různými metodami, například $n = 10^6$, a změříte dobu výpočtu.